Capítulo 4

El modelo lineal mixto para dos factores

Cuando se asume la existencia de factores fijos, el modelo estadístico lineal es conocido como modelo mixto. En zootecnia consideramos un efecto fijo a cualquier factor medible que pueda causar variabilidad en los registros de los animales, por ejemplo: época del año, edad, número de lactancia entre otros. Cuando se emplea un modelo mixto el efecto de los factores fijos es removido de la estimación de los factores aleatorios, lo que genera, estimadores ajustados a las condiciones de cada sistema de producción animal.

Los métodos descriptos anteriormente pueden ser aplicados para la obtención de parámetros en el modelo mixto, en general el modelo estadístico lineal de 2 factores (sin interacción) es:

$$Y_{ijk} = \mu + s_i + b_j + \varepsilon_{ijk}$$

Dónde:

$\mu =$Media o promedio del rebaño

$Y_{ijk} =$Variable respuesta o rasgo particular

$b_j =$Efecto del j-esimo factor fijo

$s_i =$Efecto del i-esimo semental

$\varepsilon_{ijk} =$ Efecto aleatorio denominado error ambiental

Con el método ANOVA la esperanza de los CM (para los efectos aleatorios) son:

$$E(CMw) = \sigma_w^2$$

$$E(CMs) = \sigma_w^2 + bko_s^2$$

Los componentes de varianza para los efectos aleatorios (Searle 1992), pueden obtenerse igualando las varianzas con sus valores esperados:

$$\sigma_w^2 = E(CMw)$$

$$\sigma_s^2 = \frac{CMs - CMw}{bk}$$

El cuadrado del ANOVA para este caso es:

Tabla 7

ANOVA 2 factores caso balanceado

FV	SC	GL	CM	E (CM)
Fijo	$\sum sk(\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2$	b-1	CMb	
Padres	$\sum bk(\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2$	s-1	CMs	$E(CMs) = \sigma_w^2 + bko_s^2$
Hijos	$\sum\sum\sum(y_{ijk} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j..} + \bar{y}_{...})^2$	Sbk-s-b+1	CMw	$E(CM_W) = ó_W^2$
Total	$\sum\sum\sum(y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2$	n-1		

El método III de Henderson es el método ANOVA para estimar los componentes de la varianza utilizando formas cuadráticas basadas en **R (b).** Sin tener que saber o formular qué elementos de **b** son efectos fijos y que son aleatorios, la generalización de **var (b)** resulta útil al considerar lo que necesitamos para cualquier forma de método de estimación ANOVA, al saber, el valor esperado de una forma cuadrática de la suma de cuadrados reducida (Searle et al., 1992).

En el método III las sumas esperadas de cuadrados de la forma **E (R (b2 I b1)** para nunca involucran **b1**. Por lo tanto, siempre que formulemos **b1** para incluir siempre los efectos fijos de nuestro modelo, **E (R (b2 I b1))** nunca incluye efectos fijos. Por este medio, el Método III evita la deficiencia del método I al no ser adecuado para modelos mixtos. Y por la naturaleza general de **R (b2 I b1)**, no hay restricción, como la hay con el método II, de tener que prescindir de interacciones fijas por aleatorias (Searle et al., 1992). Esto hace que el método III se perfecto para ajustar datos a cualquier modelo lineal, sea fijo, aleatorio o mixto (si no existe interacción el método II de Henderson es aplicable, y por su mayor sencillez, es recomendable). La aplicación de modelos lineales en la estimación de los valores de cría, pueden encontrarse en Román y Aranguren (Román y Aranguren, 2014) y Yáñez y Verde (Yáñez y Verde, 2014).

Ejemplo 3.

Se busca estimar el índice de constancia de la medida de suavidad en el musculo del pecho en pavos de raza Broad. Diez medidas de suavidad fueron medidas en el musculo del pavo, como las medidas fueron tomadas por operadores diferentes, ese efecto fue considerado como fijo. Los datos son:

Tabla 8
Datos de los distintos operadores

Pavo (1)	**Operador (2)**	**y**	**1**	**2**	**y**	**1**	**2**	**y**	**1**	**2**	**y**	**1**	**2**	**y**	**1**	**2**	**y**
1	1	2.3	2	1	2.2	3	1	2.1	4	1	2.3	5	1	2.1	6	1	2
1	2	2.2	2	2	3.1	3	2	2.6	4	2	2.4	5	2	2	6	2	1.9
1	1	2.2	2	1	2.7	3	1	2.7	4	1	2.1	5	1	2.2	6	1	2.6
1	2	3	2	2	2.2	3	2	2	4	2	2.6	5	2	2	6	2	2.5
1	1	2.4	2	1	2.5	3	1	1.9	4	1	2	5	1	2	6	1	2.3
1	2	2.8	2	2	2.6	3	2	1.9	4	2	1.7	5	2	1.8	6	2	2
1	1	2.6	2	1	2.9	3	1	1.8	4	1	2.4	5	1	2	6	1	2.5
1	2	2.5	2	2	2.3	3	2	2.3	4	2	2.1	5	2	1.7	6	2	2.2
1	1	2.2	2	1	2.2	3	1	2.1	4	1	2.5	5	1	1.8	6	1	2
1	2	2.3	2	2	3	3	2	2.2	4	2	2.7	5	2	1.7	6	2	1.7

Modelo lineal mixto, ejemplo 3.

Sumas de cuadrados:

$$\mathrm{FC} = \frac{(135.6)^2}{60} = 306.45$$

$$SCanimal = \frac{(24.5)^2 + \ldots + (21.7)^2}{10} - \frac{(135.6)^2}{60} = 2.6$$

$$SC\,operador = 0.002$$

$$SCtotal = 2.3^2 + \ldots + 1.7^2 - \frac{(135.6)^2}{60} = 7.064$$

$$SCw = 7.064 - 2.6 - 0.002 = 4.46$$

Grados de libertad:

$$GLtotal = 60 - 1 = 59$$

$$GLoperador = 2 - 1 = 1$$

$$GLanimal = 6 - 1 = 5$$

$$GLw = 60 - 6 - 2 + 1 = 53$$

Cuadrados medios:

$$CManimal = \frac{2.6}{5} = 0.52$$

$$CMw = \frac{4.46}{53} = 0.084$$

Componentes de varianza:

$$\sigma^2_{animal} = \frac{0.520 - 0.084}{10} = 0.0436$$

$$\sigma^2_w = 0.084$$

Y, el índice de constancia es:

$$R = \frac{0.0436}{0.084 + 0.0436} = 0.34$$

Uso del SAS.

```
data pavos1;
input pavo operador y @@;
datalines;
1 1 2.3 2 1 2.2 3 1 2.1 4 1 2.3 5 1 2.1 6 1 2.0
1 2 2.2 2 2 3.1 3 2 2.6 4 2 2.4 5 2 2.0 6 2 1.9
1 1 2.2 2 1 2.7 3 1 2.7 4 1 2.1 5 1 2.2 6 1 2.6
1 2 3.0 2 2 2.2 3 2 2.0 4 2 2.6 5 2 2.0 6 2 2.5
1 1 2.4 2 1 2.5 3 1 1.9 4 1 2.0 5 1 2.0 6 1 2.3
1 2 2.8 2 2 2.6 3 2 1.9 4 2 1.7 5 2 1.8 6 2 2.0
1 1 2.6 2 1 2.9 3 1 1.8 4 1 2.4 5 1 2.0 6 1 2.5
1 2 2.5 2 2 2.3 3 2 2.3 4 2 2.1 5 2 1.7 6 2 2.2
1 1 2.2 2 1 2.2 3 1 2.1 4 1 2.5 5 1 1.8 6 1 2.0
1 2 2.3 2 2 3.0 3 2 2.2 4 2 2.7 5 2 1.7 6 2 1.7

;

proc varcomp method=type1;
class pavo operador;
model y=operador pavo / fixed=1;
run;
quit;
```

Tabla 9

Método ANOVA, caso balanceado modelo mixto

Dependent Variable: y				
Type 1 Analysis of Variance				
Source	**DF**	**Sum of Squares**	**Mean Square**	**Expected Mean Square**
operador	1	0.002667	0.002667	Var(Error)+Q(operador)
pavo	5	2.596000	0.519200	Var(Error)+10 Var (pavo)
Error	53	4.465333	0.084252	Var(Error)
Corrected total	59	7.064000	.	.

Type 1 Estimates	
Variance Component	Estimate
Var (pavo)	0.04349
Var (Error)	0.08425

Se puede notar, que los resultados son idénticos a los encontrados de manera manual.