Capítulo 7

Modelo mixto para n factores aleatorios y fijos y data desbalanceada

Para el caso de n factores aleatorios y fijos, es necesario estudiar el modelo lineal mixto en su forma matricial, el cual puede expresarse como:

$$y = Xb + Zs + e$$

Dónde:

b = vector de efectos fijos asociados con registros en y por X.

S = vector de efectos aleatorios asociados con registros en y por Z.

X = Matriz de incidencia que relaciona observaciones con efectos fijos

Z = Matriz de incidencia que relaciona observaciones con efectos aleatorios

y = vector de observaciones

e = vector de residuales

Hasta este punto hemos trabajado con soluciones cerradas, que nos brinda la solución de un sistema de ecuaciones lineales ya sea mínimo cuadráticas o máximo verosímiles, por lo tanto, hemos estimado parámetros genéticos simplemente resolviendo sistema de ecuaciones lineales. Los métodos de algebra lineal para resolver los sistemas de ecuaciones lineales expuestos en estas páginas fueron el método de reducción, sustitución y el de la matriz inversa, sin embargo, cualquier otro método para resolver el sistema de ecuaciones puede ser usado y conllevara a resultados idénticos, debido a que se puede (por así decirlo) despejar los parámetros.

Para cualquier modelo con data desbalanceada, las soluciones máximo verosímiles para los parámetros no son de forma cerrada, es decir, que las ecuaciones son no lineales, y, por lo tanto, se debe abordar la solución de ecuaciones por métodos iterativos. La no linealidad del sistema de ecuaciones ML para datos no balanceados, puede ser desalentadora, debido a que se pueden encontrar soluciones diferentes en función del método que se use para resolver las ecuaciones no lineales.

Hoy en día, existen muchos métodos para maximizar la función de verosimilitud (o verosimilitud restringida) y una gran gama de paquetes estadísticos que los implementan, por ejemplo, el SAS usa el método de Newton-Rapson para resolver el problema no lineal para el método ML. La descripción general de estos métodos sale del alcance de estas páginas, sin embargo, una excelente descripción puede encontrarse en Searle et al. (Searle et al., 1992).

Las ecuaciones para modelos mixtos y datos no balanceados de ML pueden encontrarse en Searle at al. (Searle et al., 1992). En la práctica, en la mayoría de los casos serán no balanceados, y por lo tanto, si se desea emplear ML se necesitara aplicar iteración numérica.

Ecuaciones máximo verosímiles para los efectos fijos.

$$\left(X'V^{-1}X\right)b=\left(X'V^{-1}\ y\right)$$

Ecuaciones máximo verosímiles para los efectos aleatorios.

$$Trace\left(V^{-1}Z_IZ_I'\right)=y'\ PZ_I\ Z_I'\ Py$$

Donde:

V^{-1} = Inversa de la matriz de covarianzas fenotípica

$$P = V^{-1} - V^{-1}X\left(X'V^{-1}X\right)^{-}X'V^{-1}$$

$\left(X'V^{-1}X\right)^{-}$ = A la inversa generalizada del matriz producto de mínimos cuadrados generalizados.

Como se mencionó anteriormente la ecuación $Trace\left(V^{-1}Z_I Z_I'\right) = y'PZ_I Z_I'Py$ no tiene solución cerrada, y debe resolverse con métodos numéricos iterativos.

Ejemplo 6.

En la siguiente data se tienen pesos al destete en vacunos doble propósito. Como los animales se encontraban en diferentes fincas y eran de diferentes sexos, estos factores fueron considerados como fijos. Los datos son:

Tabla 16

Datos de pesos al destete en vacunos

Padre	Finca	Sexo	y
1	1	Macho	X
1	1	Hembra	175
1	1	Macho	200
1	2	Macho	205
2	2	Hembra	180
2	2	Hembra	185
3	2	Macho	210
3	1	Macho	208

Uso del SAS

```
data mixto1;
input animal padre madre finca sexo$ y;
missing x;
datalines;
```

```
1 1 1 1 macho  X
2 1 2 1 hembra 175
3 1 1 1 macho  200
4 1 1 2 macho  205
5 2 1 2 hembra 180
6 2 2 2 hembra 185
7 3 3 2 macho  210
8 3 3 1 macho  208
;
proc mixed method=ML mmeq;
class padre madre finca sexo;
model y = finca sexo/ solution noint;
random padre;
run;
quit;
```

Y la salida es:

Tabla 17

Método ML para modelo mixto no balanceado

Covariance Parameter Estimates	
Cov Parm	Estimate
padre	5.5211
Residual	3.6897

Y, la prueba para probar la hipótesis para los efectos fijos es:

Tabla 18

Prueba de hipótesis para efectos fijos

Type 3 Tests of fixed Effects				
Effect	**Núm. DF**	**Den DF**	**F Value**	**Pr>F**
sexo	1	2	165.41	0.006
finca	1	2	4.95	0.156

De las cuales existe un efecto significativo para sexo (F = 165.41 con un P = 0.006), por lo tanto, convendría estudiar las medias corregidas por mínimos cuadrados (LSMEANS). El nuevo código SAS es:

```
proc mixed method=ML mmeq;
class padre madre finca sexo;
model y = sexo finca/ solution noint;
random padre;
lsmeans sexo;
run;
quit;
```

Y, la salida es:

Tabla 19
LSMEANS para sexo

Least Squares Means						
Effect	**sexo**	**Estimate**	**Estándar Error**	**DF**	**t Value**	**Pr> t**
sexo	hembra	179.96	1.9043	2	94.5	0,0001
sexo	macho	205.99	1.8067	2	114.01	<.0001

Por lo tanto, en promedio, los machos son superiores a las hembras.