

CAPÍTULO 8

MODELOS ALEATORIOS CON EFECTOS ANIDADOS

En algunas ocasiones, interesa introducir el efecto de madres en el modelo aditivo lineal general. Gracias a la inseminación artificial, es posible obtener crías de varias madres, inseminadas de un mismo padre, y podemos repetir este proceso n veces, cuando esto ocurre el efecto de madre está dentro de padre, es decir, que las madres que sirve el semental 1 no son las mismas que sirve el semental 2, por lo tanto, los efectos están anidados.

El diseño anidado es un tipo de diseño experimental donde los factores pueden ser aleatorios o mixtos. Se trata de un diseño factorial donde solo algunos niveles de un factor estarán dentro (anidados) de otros, por lo tanto, no todos los niveles de los factores quedaran juntos; por ejemplo, para un modelo con 2 factores, el modelo aditivo lineal es:

$$Y = s + D(s) + e$$

Donde:

$D(s)$ = efecto de madre dentro de padres

Los componentes de la varianza, asumiendo solo el efecto de padre y madre dentro de padre, vienen de la solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\sigma_w^2 + k_2 \sigma_d^2 + k_3 \sigma_s^2 = CMs$$

$$\sigma_w^2 + k_1 \sigma_d^2 = CMd$$

$$\sigma_w^2 = CMw$$

La solución única de este sistema es:

$$\sigma_w^2 = CMw$$

$$\sigma_d^2 = \frac{CMd - CMw}{k_1}$$

$$\sigma_s^2 = \frac{CMs - CMd}{k_3}$$

Y, la heredabilidad para este modelo es:

$$h_s^2 = \frac{4\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_w^2 + \sigma_d^2}$$

Las estimaciones de máxima verosimilitud para este modelo anidado, y data balanceada, vienen dadas por:

$$\sigma_w^2 = CMw$$

$$\sigma_s^2 = \frac{\left(1 - \frac{1}{s}\right) CMs - CMd}{dk}$$

$$\sigma_d^2 = \frac{CMd - CMw}{k_1}$$

Ejemplo 7.

Se toman los pesos corporales (gramos) a las 8 semanas, de una bandada de gallinas White rock. Se escogieron al azar 5 padres y 15 madres para los cruces y los pesos de sus progenies fueron analizados. Se usó un diseño anidado, y se aplicó el método de ANOVA.

Tabla 20
Datos de padres y madres de gallinas White rock

	Madres	Progenie
Padre 1	1	965 813 765
	2	803 640 714
	3	644 753 705
Padre 2	4	740 798 941
	5	701 847 909 909 800
	6	853
Padre 3	7	696 807 800
	8	752 863 739
	9	686 832 796
Padre 4	10	979 798 788
	11	905 880 770
	12	797 721 765
Padre 5	13	809 756 775
	14	887 935 937
	15	872 811 925

$$SC_s = \frac{6802^2 + 7498^2 + 7403^2 + 6971^2 + 7707^2}{9} - FC = 29476034 - 29412825 = 63209$$

$$FC = \frac{36381^2}{45}$$

$$SC_d = \frac{2543^2 + 2157^2 + \dots + 2608^2}{3} = 29564147 - 29476034 = 88113$$

$$SC_w = 29729879 - 29564147 = 165732$$

Los cuadrados medios son:

$$CMs = \frac{63209}{4} = 15802.25$$

$$CMd = \frac{88113}{10} = 8811.3$$

$$CMw = \frac{165732}{30} = 5524.4$$

El cuadrado del ANOVA es:

Tabla 21
Cuadrado del Anova

Fuente de variación	Grados de libertad	Sumas de cuadrados	Cuadrados medios	Cuadrado medio esperado
Entre gallos	4	63209	15802	$\sigma_w^2 + 3\sigma_t^2 + 9\sigma_s^2$
Entre gallinas dentro de gallos	10	88113	8811	$\sigma_w^2 + 3\sigma_t^2$
Entre hermanos completos	30	165732	5524	σ_w^2

A partir de estos datos, se estiman los componentes de varianza:

$$\sigma_s^2 = \frac{15802 - 8811}{9} = 776$$

$$\sigma_d^2 = \frac{8811 - 5524}{3} = 1095$$

$$\sigma_w^2 = 5524$$

Por lo tanto, la heredabilidad es:

$$h^2 = \frac{4(776)}{776 + 1095 + 5524} = 0.42$$

Uso del SAS.

```

data anidado;
input padre madre y;
cards;

;
proc nested;
class padre madre;
var y;
run;
    
```

Tabla 22
Método ANOVA modelo anidado balanceado

Nested Random Effects Analysis of Variance for variable y								
Variance Source	DF	Sum of Squares	F Value	Pr>F	Error Term	Mean Square	Variance Component	Percent of Total
Total	44	317053				7205.754545	7396.783951	100.0000
padre	4	63208	1.79	0.2068	madre	15802	776.754321	10.5012
madre	10	88113	1.59	0.1561	Error	8811.288889	1095.629630	14.8122
Error	30	165732				5524.400000	5524.400000	74.6865

Y, las estimaciones de máxima verosimilitud son:

$$\sigma_w^2 = 5524$$

$$\sigma_d^2 = \frac{8811 - 5524}{3} = 1095$$

$$\sigma_s^2 = \frac{\left(1 - \frac{1}{5}\right)15802 - 8811}{9} = 425.6$$

Uso del SAS.

```

proc mixed method=ml;
class padre madre;
model y= ;
random padre madre(padre);
run;

```

Tabla 23
Método ML modelo anidado balanceado.

The Mixed Procedure	
Covariance Parameter Estimates	
Cov Parm	Estimate
padre	425.60
madre (padre)	1095.63
Residual	5524.40